Marco Ruffino*

Vagueza *De Re*

É sabido que muitos termos tanto da linguagem ordinária quanto da linguagem científica são vagos no sentido de que não está fixado de maneira absolutamente inequívoca a que é que eles se referem. (Eu não apresento esta descrição como uma definição de vagueza, mas simplesmente como uma primeira aproximação ao fenômeno.) Um predicado é vago se ele apresenta casos de fronteira, isto é, casos que nem claramente satisfazem ao mesmo, e nem claramente deixam de satisfazê-lo. Consequentemente, a extensão correspondente a este predicado não está claramente delimitada. Da mesma forma, um nome próprio é vago na medida em que há uma imprecisão na sua referência. Há um sem número de exemplos de predicados e nomes próprios vagos na literatura, e eu aqui vou me limitar a apresentar alguns dos mais comuns. O predicado 'adulto' é vago pois evidentemente há objetos (pessoas) que nem são claramente adultas, nem claramente não-adultas. O nome próprio 'Everest' é vago, pois não está claro a que porção exatamente de terra ele se refere. (Não que não possamos traçar arbitrariamente uma linha exata que separe o Everest com precisão da área que o circunda, ou estabelecer um momento exato no tempo de vida de uma pessoa a partir do qual ela deixa de ser não-adulta e passa a ser inequivocamente adulta. Nós podemos fazer isto, mas esta divisão quase sempre seria inteiramente artificial e não corresponderia ao uso normal da linguagem. Quase poderíamos dizer que tolerar uma área de penumbra é algo essencial a predicados como 'adulto' ou 'calvo', ou a um nome como 'Everest'.)

O fenômeno da vagueza é algo presente em grande parte de nossa linguagem ordinária e científica, uma vez que permanentemente empregamos predicados para os quais podem-se imaginar casos de fronteira. Russell (1923)

* Departamento de Filosofia da UFRJ.

dramatizou a situação ao dizer não há nenhum termo, mesmo no discurso científico, e mesmo no vocabulário da matemática abstrata e da lógica, que seja absolutamente preciso, ou seja, livre de vagueza, pois por mais preciso que seja um predicado, casos de fronteira são sempre imagináveis.[1] Mas o fenômeno da vagueza seria em si mesmo inofensivo não fosse pelo fato de ele gerar certos problemas filosóficos cruciais. Alguns filósofos tomaram o fenômeno da vagueza como uma evidência de que princípios da lógica clássica, mais especialmente o princípio do terceiro excluído, não são universalmente válidos, uma vez que não podemos dizer de um predicado vago que, para qualquer objeto, ou este objeto cai sob o predicado ou não cai. Por esta razão, filósofos como Frege recusaram-se a lidar com predicados ou nomes próprios vagos no discurso teórico. É bem conhecido que, para Frege, algo é um conceito do ponto de vista lógico apenas se, para qualquer objeto como argumento, estiver determinado que o conceito é verdadeiro ou falso do mesmo. Da mesma forma, algo é apenas admitido como objeto se, para qualquer conceito, o mesmo é verdadeiro ou falso deste objeto.[2] Eu vou comentar mais adiante como o tratamento moderno chamado supervaluacionismo pode preservar a lógica clássica sem se recusar a tratar de predicados e nomes vagos.

A presença da vagueza na linguagem também é normalmente vista como responsável pelo surgimento do assim chamado paradoxo de sorites ou do monte. Um exemplo clássico do paradoxo é ilustrado pelo seguinte argumento, que parte de duas premissas. A primeira é que um grão de areia não forma um monte. A segunda premissa tem uma formulação geral, e diz que se n grãos de areia não formam um monte, então n+1 grãos também não formam, pois a adição de um único grão não pode transformar algo que não é um monte em um monte. Pela aplicação de 1.000.000 de inferências simples (instanciação universal e *Modus Ponens*), podemos então concluir que 1.000.000 de grão de areia não formam um monte. Neste exemplo, temos que as premissas são aparentemente verdadeiras, e a conclusão é falsa, em um argumento válido, e é por isso que temos um paradoxo. Este claramente deriva do fato de que 'monte' é uma expressão vaga, não havendo uma fronteira clara entre o que conta como monte e o que não conta como tal. Um exemplo análogo envolvendo nomes próprios seria o seguinte: uma partícula no centro do Everest é parte do mesmo, e se uma partícula distante n milímetros do centro pertence ao Everest, então uma gota distante n+1 milímetros deve tam-

1 Russell, (1923: 88).
2 Frege (1906: 195).

bém pertencer ao Everest (pois dizer-se o contrário parece absurdo). Por meio de um número suficientemente grande de inferências simples, podemos concluir que uma partícula localizada em Berlin pertence ao Everest, o que é obviamente falso. Novamente, a partir de premissas verdadeiras somos levados a uma conclusão falsa em um raciocínio válido, e aqui o paradoxo vem da vagueza associada ao nome próprio 'Everest'.

Duas notas preliminares podem ser feitas antes de prosseguir com a nossa discussão. A primeira é a seguinte. Considere um predicado como 'calvo'. Existe uma classe de pessoas que claramente cai sob este predicado, uma classe de pessoas que claramente não cai sob o predicado, e uma terceira classe de pessoas que nem claramente cai, nem claramente deixa de cair sob o predicado. Estes são os casos de fronteira do predicado calvo. Mas pode também não ser claro se alguém é um caso de fronteira ou não. Ou seja, a classe de pessoas que são casos de fronteira pode ser ela mesma pouco clara, havendo também uma certa zona de fronteira na qual uma pessoa nem é claramente um caso de fronteira de calvo nem está claramente excluído da fronteira (na medida em que não está claro quantos fios de cabelo qualificam o seu portador como um caso de fronteira de 'calvo'). Este fenômeno é conhecido como vagueza de segunda-ordem. Da mesma forma, pode ser pouco claro se algo é um caso de fronteira dos casos de fronteira de um predicado. Neste caso, o predicado sofre de vagueza de terceira ordem. Em geral, nós falamos de vagueza de ordem n+1 se existir uma nebulosidade com relação aos casos de fronteira gerados pela vagueza de ordem n.

A segunda nota preliminar é que a vagueza pode ser ao nível da extensão ou da intensão de uma expressão. Por exemplo, num mundo possível que inclua apenas pessoas cabeludas, o predicado 'calvo' não é vago em extensão, mas permanece vago em intensão, pois não seria claro em que situação contrafactual uma pessoa seria considerada calva. Ao que parece, vagueza em extensão pressuõe vagueza em intensão, mas não vice-versa. Para facilitar a discussão, de agora em diante eu estarei discutindo apenas vagueza em extensão.

1- Três Perspectivas

Há três perspectivas filosóficas mais importantes a respeito da vagueza. A primeira a encara como um fenômeno puramente semântico, isto é, como incompletude no significado.[3] Eu vou designar este o *tratamento semântico* da

3 Por exemplo, Dummett (1973), Fine (1975), Lewis (1993), van Fraassen (1966).

vagueza. Grosseiramente falando, a tese central do tratamento semântico é que toda vagueza deriva de incompletude semântica, isto é, do fato de que há uma indecisão com relação ao exato referente de uma expressão vaga. Há uma multiplicidade de referentes possíveis, mas a expressão não está comprometida com nenhum deles. Deve-se notar que vagueza não é o mesmo que ambiguidade. Um nome ambíguo refere-se a mais de um objeto ao mesmo tempo (um predicado ambíguo tem mais de uma extensão). Um nome vago, diferentemente, pode se referir a uma multiplicidade de objetos dentro de uma certa faixa (um predicado vago pode ter uma extensão dentro de uma gama de extensões admissíveis), mas a referência não é completa. Kit Fine expressou esta diferença dizendo que vagueza é sub-determinação ("*underdetermination*") de significado, enquanto ambiguidade é determinação excessiva ("*overdetermination*") do mesmo.[4]

O tratamento semântico mais elegante e completo da vagueza é o chamado supervaluacionismo. A idéia central do supervaluacionismo é substituir a noção de verdade pela noção de super-verdade, isto é, verdade em todas as especificações completas de expressões vagas. De acordo com este tratamento, cada expressão vaga tem associada, a mesma um domínio de especificações completas admissíveis. Uma sentença contendo uma expressão vaga é então super-verdadeira se ela for verdadeira em todas as especificações completas admissíveis da expressão em questão. Da mesma forma, ela é super-falsa se ela for falsa em todas as expecificações completas admissíveis da expressão vaga. E ela será indeterminada se for verdadeira para algumas e falsa para outras especificações completas da expressão vaga. Assim, uma sentença como 'João é calvo', caso João seja um caso de fronteira de calvice, é verdadeira para algumas especificações completas do predicado 'calvo', e falsa em outras. Portanto, a sentença é indeterminada, isto é, nem super-verdadeira e nem super-falsa. Mas uma sentença como 'João é calvo ou João não é calvo' será super-verdadeira, uma vez que, qualquer que seja a especificação completa de 'calvo', ela sempre é verdadeira. Da mesma forma, 'João é calvo e João não é calvo' é superfalsa, pois em qualquer especificação completa do predicado ela é falsa. O supervaluacionismo resgata assim a lógica clássica, uma vez que aquilo que é logicamente verdadeiro vai ser sempre super-verdadeiro. Este tratamento faz justiça à seguinte intuição fundamental: nós podemos não saber se João é calvo ou não devido à vagueza do predicado 'calvo', mas nós

4 (Fine 1975: 266).

certamente sabemos que ele é calvo ou não calvo, e também que ele não é as duas coisas ao mesmo tempo, e isto independentemente da forma como decidamos especificar o predicado. Estas verdades acima da vagueza das expressões é o que Kit Fine chama de "verdades na penumbra" (Fine 1975: 270)

O segundo tratamento importante é normalmente chamado de tratamento epistêmico, e consiste basicamente na identificação da vagueza com uma forma especial de ignorância. Ou seja, expressões vagas, de acordo com este tratamento, referem-se a algo, mas nós não sabemos exatamente a que. O predicado 'vermelho', por exemplo, refere-se a uma faixa precisa do espectro, mas não sabemos exatamente a qual, devido a uma limitação de nosso sentido visual em discriminar cores muito próximas, e esta é a razão última pela qual certos objetos entre vermelho e laranja nos parecem casos de fronteira do vermelho. Quando apontamos para um objeto na fronteira do vermelho e dizemos 'isto é vermelho', esta sentença é sempre verdadeira ou falsa (nenhuma indeterminação é permitida aqui), mas nós não estamos em condições de saber se ela é verdadeira ou falsa. Assim como quando lançamos o nosso olhar para um estádio cheio, e dizemos 'o número de espectadores neste estádio é par'. A expressão 'número de espectadores neste estádio' refere-se a um número preciso, o qual não estamos em condições de conhecer, dada a limitação de nossa capacidade de contar um número muito grande de pessoas em um curto espaço de tempo. Se cremos que o número é par e ele de fato é par, esta crença não pode ser caracterizada como conhecimento, pois ela não pode ser justificada devido à limitação de nossos órgãos sensoriais. Eu não entrarei aqui nos detalhes desta perspectiva.[5]

A terceira perspectiva, que eu chamarei de ontológica, considera a vagueza como algo localizado no próprio mundo. Isto é, considera que as coisas em si mesmas podem ser intrinsicamente vagas. Alguns filósofos consideram que a vagueza do nome 'Everest' resulta do fato de o objeto Everest mesmo ter fronteiras difusas.[6] De acordo com esta perspectiva, mesmo que sejamos bem sucedidos em eliminar a vagueza semântica e epistêmica associada a certos termos, os mesmos podem ainda ser vagos, pois se referem a coisas intrinsicamente vagas, ou seja, a objetos (por exemplo, a extensão de um conceito) sem contornos definidos. Note-se que esta visão ontológica é compatível com uma versão mais fraca da visão semântica e da visão epistêmica,

---

5 Williamson (1994) apresentou o tratamento epistêmico mais completo e detalhado até o momento.

6 Por exemplo, Tye (1990), Parsons (1987), Parsons and Woodruff (1995), Sainsbury (1989), Thomason (1982).

ou seja, as versões segundo as quais parte da vagueza de uma expressão vem da incompletude semântica e da ignorância, respectivamente. Mas estas versões mais fracas não são filosoficamente muito interessantes. A visão ontológica certamente é incompatível com as versões fortes das doutrinas rivais. A maioria dos filósofos defensores desta visão crêem que a vagueza pode ser uma propriedade não apenas de objetos (como montanhas, rios, pessoas, etc.), mas também de propriedades (vermelho, calvo, alto, etc.) e relações (como estar à direita de, ser mais alto que, etc.). No que se segue, eu me concentrarei na vagueza intrínsica de objetos, ainda que seja claro que ela não é independente da vagueza de propriedades e relações. No meu entender, os defensores da vagueza *de re* não têm um argumento convincente mostrando que os objetos que eles acreditam ser vagos são de fato vagos. Há no entanto, uma classe especial de objetos abstratos mal comportados da teoria de conjuntos que, se eles existem, devem necessariamente ser vagos, e para isto nós temos um argumento a priori surpreendentemente simples. Isto é o que eu pretendo desenvolver no que se segue.

2- Vagueza *de re*

A reação mais natural frente ao tratamento ontológico é a de estranhamento: como é possível que as coisas em si mesmas (em particular objetos) sejam vagas? Russell, por exemplo, rejeitou completamente a idéia de que algo possa ser em si mesmo vago. Segundo ele, é absurdo supor-se que uma coisa possa ser mais ou menos idêntica a si mesma. Para Russell, toda vagueza tem a ver apenas com falta de precisão em representações (com o que ele parece defende uma espécie de combinação entre aquilo que chamamos de tratamento semântico com o que chamamos de tratamento epistêmico). Dummett expressou uma visão similar afirmando que "*the notion that things might actually be vague, as well as being vaguely described, is not properly intelligible*" (Dummett 1973: 260).

O argumento mais famoso contra a possibilidade de vagueza *de re* foi apresentado por Gareth Evans (1978). (Um argumento similar foi desenvolvido de maneira independente por Nathan Salmon (1982: 243-6).) O argumento é basicamente o seguinte: suponha que '$a=b$' é uma sentença de identidade indeterminada. Nós representamos a indeterminação da mesma por

(1) $I(a=b)$

(onde 'I' é um operador de indeterminação). Então b tem a propriedade de ser indeterminadamente idêntico a a, e (1) pode ser reescrita como

$\lambda x[I(a{=}x)](b)$.

Mas como

(3) $\neg I(a{=}a)$

segue-se que

(4) $\neg\lambda x[I(a{=}x)](a)$

Ou seja, *a* não tem a propriedade que *b* tem de ser indeterminadamente idêntico a si mesmo. De (2) e (4), pelo princípio de identidade de Leibniz,

(5) $\neg(a{=}b)$

Mas se isto é assim, por uma regra de inferência análoga à que encontramos no sistema modal S5, então

(6) $\neg I(a{=}b)$

o que contradiz a hipótese inicial de que a identidade entre *a* e *b* é indeterminada.

O argumento de Evans tem estado no centro das preocupações dos filósofos que acreditam na vagueza ontológica. Alguns deles, como Sainsbury (1989) e Michael Tye (1990) tentam contornar a conclusão do argumento de Evans através da tese de que podemos falar de objetos vagos sem pressupor necessariamente que os mesmos tenham uma identidade vaga. Quando dizemos que *a* tem uma identidade vaga, há duas formas de se entender isto. A primeira seria que é indeterminado se *a* é idêntico a si mesmo ou não, o que é absurdo, pois *a* é sempre idêntico a si mesmo. Uma outra forma seria dizer que há um objeto *b* tal que é indeterminado se o mesmo é idêntico a *a* ou não. Mas note que aqui, se *b* é indeterminadamente idêntico a *a*, isto pode ser pelo fato de que *b*, e não *a*, é vago. Daí, conclui Sainsbury, é inadequado (ou infrutífero) associar-se vagueza ontológica a identidade vaga. Michael Tye entende que uma sentença de identidade como '*Everest=m*' (onde '*m*' designa uma montanha que difere de Everest apenas por uma partícula de matéria) tem efetivamente um valor de verdade (a saber, o falso), mas é ainda vaga em significado porque 'Everest' é um nome vago de um objeto vago. Eu não desenvolverei este ponto em detalhes aqui, mas tanto a resposta de Sainsbury quanto de Tye me parecem implausíveis.

Em uma réplica recente ao argumento de Evans, Terence Parsons e Peter Woodruff (1995) argumentaram que não se pode assumir que a abstração no interior do operador *I* (de indeterminação) produzirá sempre uma propriedade de objetos da mesma forma que a abstração em contextos clássicos produz. (Assumir-se este ponto seria, no entender dos autores, uma petição de princípio contra os defensores da vagueza ontológica.) E como o argumento de Evans parece pressupor (na transição de 1 para 2 e de 3 para 4) que a abstração sempre produz uma propriedade de objetos, o argumento não estabelece a conclusão desejada, no entender de Parsons e Woodruff. Contra a asserção de Evans de que vagueza ontológica é algo absurdo, os autores produzem um modelo para identidade vaga, o que mostra, no entender dos mesmos, a consistência desta noção. (Eu não discutirei os detalhes do modelo aqui.) Para estes autores, como podemos falar consistentemente de identidade vaga, e como o argumento de Evans parece operar uma *reductio* desta noção, podemos concluir que o argumento de Evans deve antes ser visto como uma *reductio* da abstração irrestrita. Esta resposta de Parsons e Woodruff ao argumento de Evans parece ser de alguma forma *ad hoc*. Ainda que seja verdade que não há garantia de que a abstração no interior do operador de indeterminação produz uma propriedade, não há tampouco, *prima facie*, razão para se esperar que a abstração nestes contextos pode não produzir uma propriedade. Parsons e Woodruff mencionam a limitação introduzida pelos paradoxos semânticos, mas não há nenhuma explicação do por quê deveria haver uma limitação análoga introduzida pelo operador *I*.

Eu não vou me estender em uma análise mais detalhada da solução de Parsons e Woodruff, se ela efetivamente contorna o argumento de Evans ou não. Quaisquer que sejam os méritos do modelo de Parsons e Woodruff, certamente há uma enorme diferença entre provar a consistência da idéia de que há objetos vagos, e provar que há boas razões para acreditar em sua existência (da mesma forma que a consistência da idéia de uma chuva natural de ouro deixa livre o caminho para a sua existência, mas não fornece nenhuma evidência, muito menos *a priori*, para acreditar-se na existência de um tal fenômeno). Não há, tanto quanto eu entenda, uma evidência forte no artigo de Parsons e Woodruff para a existência de objetos vagos, mesmo se concedermos que eles detectaram uma falácia no argumento de Evans.

3- Objetos Vagos: Uma Séria Deficiência

Quase todos os exemplos de objetos vagos apresentados na literatura (montanhas, rios, pessoas, sentimentos, etc.) parecem sofrer da mesma deficiência: não há nenhuma inconsistência envolvida se negarmos que estes objetos supostamente vagos são de fato vagos, assim como não há nenhuma inconsistência envolvida em considerar-se que toda aparente vagueza vem da incompletude semântica dos nomes destes objetos. Podemos sempre, por exemplo, consistentemente negar que o Everest em si mesmo tenha fronteiras difusas, e acrescentar que toda vagueza aparente vem do fato de não estar fixo qual das muitas montanhas bem definidas do tipo Everest é o referente do nome 'Everest'. A vagueza considerada como um fenômeno semântico é inofensiva do ponto de vista metafísico e lógico. Temos o tratamento supervaluacionista, que tem todas as vantagens de uma teoria simples, elegante e econômica, além de preservar inteiramente a lógica clássica. Ou seja, há uma alternativa muito mais atraente que a perspectiva ontológica, que não introduz as mesmas complicações que esta.

Há uma outra consideração que pesa contra a tese da existência de objetos espaço-temporais vagos. Todos estes objetos (pessoas, montanhas, rios, etc.) podem ser considerados como isomórficos a uma porção do espaço Euclideano.[7] Qualquer objeto aparentemente vago pode ser considerado como isomórfico a um conjunto não-conexo de pontos (como, por exemplo, $\{x: 0 \leq x \leq 1\} \cup A$, onde A e $\{x: 0 \leq x \leq 1\}$ são disjuntos e A é um conjunto infinito que tem 0 e 1 como pontos de acumulação) ou a um conjunto aberto conexo (por exemplo, o aberto $\{x: 0 < x < 1\}$). Para cada um destes conjuntos, não há uma indeterminação sobre se um ponto pertence ao mesmo ou não, e portanto não deveria haver indeterminação no objeto isomórfico.

Alguns filósofos (por exemplo, Sorensen 1998) mencionam sentimentos ou sensações (ou, mais geralmente, experiências subjetivas) como exemplos de objetos vagos. Por exemplo, se tenho um sentimento confuso por alguém, e não consigo definir se o que sinto é amor ou não, este seria um exemplo de um objeto vago. A objeção que pode ser feita a exemplos como este é que eles parecem ser perfeitamente tratáveis como casos de indecisão semântica, isto é, a dificuldade não vem da vagueza intrínsica do sentimento em si mesmo, mas antes de minha indecisão sobre a extensão do termo 'amor', isto é, se ela engloba ou não este sentimento indefinido. Um outro exemplo que ocorre frequentemente na literatura é o seguinte: se levanto subitamente após estar abaixado por um longo período, eu tenho a sensação de ver estrelas, mas não sei dizer quantas, pois elas vêm e vão, e têm fronteiras difusas. Mas aqui poderia ser lembrada uma objeção que Russell levanta em seu artigo: nós apenas podemos dizer que a imagem mental é vaga se ela for tomada como uma representação de algo. Se ela não for tomada como uma representação, então ela apenas é o que é, e não há vagueza aqui, da mesma forma como uma pintura borrada não é em si mesma vaga, mas apenas enquanto (possível) representação de algo.

---

7 Fine (1975, nota 10) levanta este ponto, embora ele não acredita que isto constitua uma objeção decisiva à vagueza ontológica.

4- Um Argumento *a priori* para Vagueza *de re*

O que nós gostaríamos de ver é um argumento *a priori* mostrando, para algum objeto, que, se ele existe, ele é necessariamente vago, num sentido ainda a ser explicitado. Para nenhum dos exemplos comuns apresentados na literatura nós temos um argumento deste tipo. Mas há, no meu entender, um tipo de objetos para os quais nós temos este tipo de evidência: são aquelas totalidades que podem levar aos paradoxos da teoria de conjuntos. Estes objetos são aquilo que Cantor descreveu como "multiplicidades inconsistentes" em uma famosa carta a Dedekind (Cantor 1899). Um exemplo de um objeto deste tipo é a totalidade dos conjuntos. Se assumirmos que este objeto é bem delimitado (sendo, portanto, ele mesmo um conjunto), nós temos imediatamente um paradoxo (pois o conjunto de todos os conjuntos deve conter todas as suas partes, e assim necessariamente ser maior que ele mesmo é).

A proibição da existência como conjunto de totalidades que são grandes demais como uma forma de se evitar os paradoxos é um recurso comum na teoria de conjuntos contemporânea. Há duas formas usuais entre os teóricos de conjunto de se tratar estas totalidades inconsistentes. Uma delas, a alternativa de Zermelo-Fraenkel, não atribui nenhum status ontológico a coleções como aquela de todos os conjuntos. Teóricos de conjuntos que seguem este tratamento devem, de alguma forma, evitar a referência a estas totalidades. A outra alternativa, a de von-Neumann e Bernays, considera qualquer coleção (em particular a coleção de todos os conjuntos) como sendo classes, mas reconhece que algumas destas classes são grandes demais para ser conjuntos. Uma classe é um conjunto se ela for limitada em tamanho, ou se ela puder ser membro de uma outra classe. Ao contrário dos conjuntos, classes não são sempre bem-comportadas. Ao contrário de conjuntos, classes não têm sempre uma fronteira precisamente delimitada, no sentido de que elas podem deixar de definitivamente incluir e deixar de definitivamente excluir certos objetos. E, finalmente, ao contrário de conjuntos, classes podem gerar paradoxos. Uma implicação semântica deste fato (e aquela que mais nos interessa aqui) é que nós podemos nos referir precisamente a um objeto (por exemplo, a classe de todos os conjuntos) o qual é ele mesmo vago. Não há aqui incompletude semântica, e sim ontológica.[8]

---

8 As classes ou conjuntos vagos que eu tenho em mente aqui diferem daquilo que Pawlak chama "*rough sets*" (Pawlak 1982). Um "*rough set*" no sentido de Pawlak é idêntico à classe de especificações admissíveis para o mesmo (isto é, à classe de extensões precisamente delimitadas para o mesmo). Eles não são, portanto, estritamente falando, vagos, uma vez que são na verdade um conjunto de conjuntos bem delimitados.

Há outros exemplos de classes que não podem ser tomadas como sendo objetos bem definidos. Um objeto deste tipo é a totalidade dos números ordinais: se ela for tomada como constituindo um conjunto, então podemos derivar o paradoxo de Burali-Forti. Um terceiro exemplo é a totalidade de conjuntos que não pertencem a si mesmos: se esta totalidade for tomada como sendo um conjunto, então temos o famoso paradoxo de Russell. Consequentemente, se estas totalidades existem, elas devem ser objetos que são necessariamente vagos no sentido de que a relação de pertinência envolvendo estas classes possui gaps, isto é, há objetos que nem pertence ,a mesma e nem deixam de pertencer, e para isto temos uma prova *a priori*, pois a suposição de que estes objetos são precisos levaria a paradoxos.

Eu me inclino a pensar que nós não temos este tipo de argumento *a priori* para a vagueza de nenhum outro tipo de objetos além de classes. De qualquer forma, a minha tese é que apenas argumentos deste tipo poderiam legitimar a aceitação da vagueza intrínsica de um objeto. Obviamente, uma questão diferente agora é, primeiro, se nós temos evidência de que estas totalidades existem e, segundo, se nós podemos fornecer uma explicação da vagueza das mesmas além da prova a-priori fornecida pelos paradoxos. Estas questões não têm uma resposta simples. Mas deve ser apontado, no entanto, que agora nós estamos em melhores condições para responder questões metafísicas sobre a vagueza *de re*, uma vez que podemos fazer uso do vasto e mais bem fundamentado corpo teórico da teoria de conjuntos, especialmente no que diz respeito ,a existência e identidade de classes.

5- Classes e Teoria de Conjuntos

Temos de fato melhores motivos para supor que classes existem do que temos para supor que objetos espaço-temporais vagos existem? Alguns filósofos que escreveram sobre a teoria de conjunto, mais notoriamente Charles Parsons, argumentaram que fazer-se referência a classes que não podem ser tomadas como conjuntos é uma parte natural do fazer teoria de conjuntos. Em seu famoso artigo "*Sets and Classes*" Parsons diz:

> Talk about classes is a quite standard part of the conceptual apparatus of set theory It is used by workers in the field even when the *formal* theory they work with (for example, the familiar Zermelo-Fraenkel system ZF) does not distinguish sets and classes and avoids the paradoxes by an ostensibly different device: affirming the nonexistence of the ,paradoxical' sets (Parsons 1974: 209).

O ponto principal de Parsons é que, enquanto teóricos de conjuntos adotam oficialmente uma forma de falar que evita a referência irrestrita a classes, estes mesmos teóricos usam uma tal referência de forma implícita e muito natural (quer dizer, quase necessariamente), porque uma parte essencial do trabalho da teoria de conjuntos consiste em generalizar resultados obtíveis em seu formalismo para um domínio que não pode, consistentemente com as restrições impostas sobre o poder expressivo da parte formal da teoria, ser precisado.

Esta dualidade apontada por Parsons no discurso do teórico de conjuntos que tacitamente quer referir-se a estes objetos proibidos—classes—sem permitir que tal referência ocorra na parte formal da teoria é reconhecida e tornada explícita por Enderton na introdução de seu *Elements of Set Theory* (1977). Primeiro, Enderton apresenta como justificação para a sua escolha da alternativa de Zermelo-Fraenkel o fato de que a mesma lida com apenas um tipo de objetos (conjuntos) e não dois (conjuntos e classes), e que a referência a classes pode ser evitada através de uma ginástica expressiva à qual o teórico pode facilmente se adaptar. Mas ele adiciona o seguinte comentário:

> The prohibition against mentioning any class that fails to be a set seems unnatural and possibly unfair. Desiring to have our cake and eat it too, we will proceed as follows. We officially adopt the Zermelo-Fraenkel alternative. Consequently the axioms and theorems shall make no mention of any class that is not a set. But in the expository comments, we will not hesitate to mention, say, the class of all sets if it appears helpful to do so. (Enderton 1977: 10)

A passagem parece indicar que, o ponto de se mencionar classes é mais do que simplesmente pedagógico. Parece simplesmente anti-natural proibir-se a referência a certas classes apenas porque nós aprendemos dos paradoxos que as mesmas são casos patológicos.

Esta maneira de ver as coisas (que favorece o meu ponto de vista) não é unânime entre os filósofos mais importantes que lidam com teoria de conjuntos. George Boolos, por exemplo, defende um outro ponto de vista em um artigo sobre a lógica de Frege (Boolos 1993). O ponto de Boolos é, na verdade, direcionado contra a explicação de Dummett para o surgimento do paradoxo de Russell no sistema formal de Frege. De acordo com Dummett, a principal falha de Frege (aquela que abriu as portas ao paradoxo) foi não ter pensado sobre os limites precisos do domínio de quantificação de suas variáveis de primeira ordem. Dummett crê que as estipulações feitas por Frege (especialmente aquelas relacionadas à quantificação de segunda ordem) forçaram o domínio de objetos a ser sempre crescente, uma vez que ele sempre deve incluir todos os subconjuntos de objetos contidos neste mesmo domínio. Ou seja, nenhuma totalidade de objetos é grande o suficiente para conter este domínio. Agora, contra Dummett, Boolos argumenta que não há nenhuma razão para se esperar que exista sempre uma coleção de coisas sobre as quais uma teoria (como a de Frege) quantifica. Isto parece entrar em choque com a nossa noção intuitiva de quantificação: como podemos quantificar sobre um domínio de coisas existentes (como conjuntos e números ordinais), e este domínio mesmo ser inexistente? No entanto, este é exatamente o ponto que Boolos quer colocar em questão. Ele crê que podemos ter uma noção perfeitamente inteligível de quantificação sobre todas as coisas de um certo tipo, sem supor que estas coisas formem uma classe ou totalidade.(p. 238). A idéia de Boolos parece conter um grão de verdade, mas não me parece inteiramente convincente. É certamente razoável dizer-se que o domínio de quantificação de uma teoria como a da aritmética de Frege não chega a construir um conjunto, uma vez que trata-se de uma totalidade inconsistente no sentido de Cantor. (Isto é, na verdade, tudo o que Boolos necessita para estabelecer seu ponto contra Dummett.) Mas a tese adicional, de que este domínio simplesmente não existe de forma alguma como totalidade ou classe parece bastante anti-intuitiva pelas razões levantadas nas citações de Parsons e Enderton acima.

As considerções acima são, admito, ainda pouco conclusivas. Mas, de qualquer forma, eles colocam, como já disse, o debate em torno da existência de objetos vagos sobre uma base mais segura. Gostaria de concluir este texto indicando brevemente dois problemas adicionais que dão continuidade à temática aqui desenvolvida. Primeiro, devemos ainda uma explicação de o que torna uma classe como algo vago, diferentemente de um conjunto. Ou seja, necessitamos de uma teoria de classes infinitas entre as quais existam gaps na relação de pertinência. (Uma teoria deste tipo foi desenvolvida por Maddy em "*Proper Classes*" (1983). Faltaria explorar as consequências filosóficas da mesma para a teoria da vagueza ontológica.) Em segundo lugar, esta teoria teria que dar conta do argumento de Evans. Eu não sei exatamente como fazê-lo ainda, mas aparentemente uma noção adequada de extensionalidade para classes deve poder contornar a conclusão do argumento.

Referências

Boolos, G. 1993. "Whence the Contradiction?", *Proceedings of Aristotelian Society Supplementary Volume* LXVII: 213-33. Reimpresso em Schirn (ed.) *Frege: Importance and Legacy*, Berlin: Walter De Gruyter, 1996, pp. 234-52

Cantor, G. 1899. "Letter to Dedekind". Em van Heijenoort (ed.) *From Frege to Gödel: A Sourcebook in Mathematical Logic, 1879-1931*. Cambridge: Harvard University Press, 1967, pp. 113-117, p. 114.

Dummett, M. 1973. "Wang's Paradox", *Synthese* 30: 301-24. Reimpresso em Dummett, M., *Truth and Other Enigmas*, Camridge-Mass.: Harvard University Press, 1978, pp. 248-268.

Enderton H. 1977. *Elements of Set Theory*. San Diego: Academic Press.

Evans, G. 1978. "Can there be Vague Objects?", *Analysis* 38: 208.

Fine, K. 1975. "Vagueness, Truth and Logic", *Synthese* 30: 265-300.

Fraassen, B. van. 1966. "Singular Terms, Truth-value Gaps and Free Logic", *Journal of Philosophy* 65: 481-95.

Frege, G. 1906. *"Über Schoenflies: Die logischen Paradoxien der Mengelehre"*, printed in *Gottlob Frege: Nachgelassene Schriften*. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1983: 191-9.

Lewis, D. 1993. "Many, but Almost One", in Bacon, J. (ed.) *Ontology, Causality and Mind*. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.

Maddy, P. 1983. "Proper Classes", *Journal of Symbolic Logic* 48, N. 1: 113-39.

Parsons, C. 1974. "Sets and Classes", *Noûs* 8: 1-12. Reimpresso em Parsons, *Mathematics in Philosophy*, Ithaca: Cornell University Press, 1987, pp. 209-20

Parsons, T. 1987. "Entities without Identity", *Philosophical Perspectives* 1: 1-19.

Parsons, T., Woodruff, P. 1995. "Worldly Indeterminacy of Identity", *Proceedings of Aristotelian Society* XCV: 171-91.

Pawlak, Z. 1982. "Rough Sets", *International Journal of Computer and Information Sciences*, Vol. 11, N. 5: 341-56.

Russell, B. 1923. "Vagueness", *Australasian Journal of Philosophy and Psychology* 1: 84-92.

Sainsbury, R. M. 1989. "What is a vague Object?", *Analysis* 49: 99-103.

Salmon, N. 1982. *Reference and Essence*. Oxford: Basil Blackwell.

Sorensen, R. 1998. "Vagueness", Verbete da *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (http://plato.stanford..edu/entries/ vagueness/).

Tye, M. 1990. "Vague Objects", *Mind* 99: 535-57.

Williamson, T. 1994. *Vagueness*. London: Routledge.