Walter Gomide*

Sobre o conceito de χώρα: um diálogo entre Platão e Einstein.

No diálogo *Timeu*, Platão postula a existência de um demiurgo divino que, a partir da contemplação das Idéias eternas e perfeitas, cria o mundo sensível. Toda a criação deste mundo se faz pressupondo dois gêneros de ser eternos: as Idéias e a χώρα; nesta, há a impressão demiúrgica das formas materiais fundamentais, realizada de maneira atemporal.[1]

Mas o que seria a χώρα de Platão e em que medida as suas propriedades fundamentais permitem denominá-lo propriamente de *espaço*, se por este termo entendemos o que a física, de maneira usual, compreende?.[2]

Primeiramente, para responder a tais questões, é necessário ter em mente que em Platão o *espaço* é um terceiro gênero de ser, não se confundindo nem

* Professor do Curso de Especialização em Arte e Filosofia da PUC-Rio e do Depto de Filosofia da UGF.

1 No *Timeu*, há a tese de que o tempo, entendido cronologicamente, tem início a partir das órbitas regulares dos corpos celestes, das quais se depreendem as devidas unidades de mensuração temporal, como os anos, os dias e os meses. Para Platão, o tempo seria a *imagem em movimento da eternidade*, justamente porque se relaciona com o movimento dos corpos celestes, movimentos estes regidos por leis imutáveis e eternas (ver *Timeu*, 37d – 38c).

2 Sobre o conceito de espaço na física, vejamos o que nos diz Einstein: "Chegamos então aos nossos conceitos e juízos sobre o espaço. Aqui é essencial ficarmos atentos à relação que há entre [o conceito de espaço] e a experiência. Claramente, [...] Poincaré percebeu isto em seu livro "La Science et l'Hypothèse". Entre todas as mudanças que podemos perceber em um corpo rígido, há aquelas que são simples e reversíveis, [bastando para tanto] um movimento arbitrário do corpo [rígido]; Poincaré as chama de mudanças de posição. Mediante simples mudanças de posição, podemos fazer que dois corpos se conectem [...]. Em relação ao conceito de espaço, o que se segue parece de caráter essencial. Podemos formar novos corpos trazendo corpos *B,C*,... para junto de um corpo *A*; dizemos que nós *continuamos* o corpo *A*. Podemos continuar o corpo *A* de tal forma que ele entre em contato com um outro corpo *X*. O conjunto de todas as continuações do corpo *A* denominamos de "o espaço do corpo *A*". [...] Neste sentido, não falamos do espaço de forma abstrata, mas somente do "espaço pertencente ao corpo *A*". [...]" (Einstein, [1946], p.3). Nesta citação, Einstein deixa claro que o espaço físico não é um ente abstrato, independente dos corpos físicos, mas sim um sistema de relações referentes a um corpo *A* Mais precisamente, o espaço físico é um sistema de referência no qual as posições dos corpos rígidos são coordenadas dentro de um *continuum* de pontos.

com as Idéias nem com o mundo sensível. Sem ser o modelo a partir do qual o demiurgo criou o mundo sensível e ao mesmo tempo não pertencendo à categoria dos objetos sensíveis que compõem este mundo, o *espaço* é comparado por Platão a um *receptáculo* no qual as coisas sensíveis são inseridas e de onde tais coisas tiram seus nutrientes, posto que, no *Timeu*, o *espaço* platônico é metaforicamente comparado a uma *nutriz*:

> Até agora, havíamos distinguido dois gêneros de ser. Agora, é necessário descobrir um terceiro gênero. De fato, os dois primeiros tipos de ser eram suficientes para nossa exposição anterior. O primeiro, supusemos que era espécie de Modelo, espécie inteligível e imutável; o segundo, tipo de cópia do Modelo, era sujeito ao nascimento e visível. Nós então não havíamos distinguido um terceiro tipo, posto que estes dois gêneros mostravam-se como suficientes. Mas, agora, a seqüência de nosso raciocínio nos força a conceber uma terceira espécie de ser, que é difícil e indistinta. Quais propriedades devemos supor que naturalmente [esta terceira espécie de ser] tenha? Antes de qualquer coisa, [é necessário que ela possua a seguinte propriedade]: de tudo que nasce, ela é como o receptáculo e a nutriz (*Timeu,* 48e – 49).[3]

Pelo que é dito acima, depreende-se que o espaço de Platão não se identifica com o espaço puramente geométrico. Além de ser o receptáculo no qual as coisas são colocadas — e, portanto, *coordenadas* — o espaço platônico tem a propriedade de ser a fonte da qual as coisas tiram os seus *nutrientes* para existir. Antes de ser um espaço vazio, com características somente geométricas, a χώρα tem algo de *vivo*, de dinâmico, o que parece não se conformar precisamente com uma concepção estática de espaço. Em seu *Plato's Cosmology*, F. M. Cornford aponta para o fato de que Platão mostrou-se hesitante quanto à denominação apropriada a ser dada ao receptáculo, só lhe chamando de "espaço" ao final de sua exposição sobre as suas propriedades intrínsecas. Não sendo imediatamente apreensível como uma pura realidade geométrica, a χώρα platônica mostra-se como uma realidade mais complexa e difícil que um puro sistema de relações geométricas estáticas. Conforme diz Cornford (p. 177):

> Por algum tempo ainda, Platão não usa a palavra "Espaço" [χώρα]; ela ocorre primeiramente na conclusão (52 A), guiada por uma série de imagens que são

3 Todas as citações do *Timeu* presentes neste texto foram livremente traduzidas para o português pelo autor do artigo, a partir da tradução francesa de Albert Rivaud [Paris, Belles Lettres, 1970].

traçadas para elucidar gradualmente uma natureza mais obscura e difícil que o espaço geométrico.

Posto que o espaço platônico não se identifica com um puro contínuo de relações geométricas fixas e estáticas, mas tem algo de dinâmico — ou mesmo, poder-se-ia dizer, algo de *orgânico* — caberia verificar a que conceito hodierno de espaço mais se aproxima a cwvra platônica[4] . Mas, antes disto, é necessário ainda apresentar uma outra propriedade fundamental do espaço de Platão. Além de a χώρα ser aquilo que oferece o lugar e os nutrientes a tudo que nasce, ela é essencialmente *indeterminada* e *passiva* quanto à sua *apresentação visível*; o espaço de Platão toma a forma das coisas que nele são impressas: a χώρα, como tal, é geometricamente *amorfa.* Para bem ilustrar este caráter amorfo do aspecto propriamente geométrico do espaço platônico, Platão, mais uma vez recorrendo ao discurso metafórico, lança mão da imagem do ourives em sua atividade forjadora:

> Suponhamos que alguém modele figuras de todo tipo no ouro, incessantemente transformando uma nas outras. Suponhamos que a este homem uma das figuras seja mostrada e a ele seja feita a pergunta: o que é isto? A resposta, a mais certa possível, seria: isto é ouro. Quanto à figura triangular e a todas as figuras que podem nascer neste ouro, não se pode jamais designá-las como seres, pois elas se transformam no mesmo momento em que são postas [...] Ora, pode-se fazer o mesmo raciocínio quanto ao receptáculo. A ele, convém dar sempre o mesmo nome. Com efeito, ele recebe sempre todas as coisas, e jamais assume uma forma semelhante às coisas que nele entram. Ele é [onde todas as coisas são impressas]; é colocado em movimento e recortado em figuras pelos objetos que nele penetram e, graças à ação destes, ele aparece ora sob um aspecto, ora sob outro [...] (*Timeu,*50b-c).

Platão chama atenção para o fato do receptáculo ser sempre o mesmo. Na metáfora do ourives, o “ouro” é o que se mantém *invariante* quanto às transformações que nele ocorrem; as figuras de ouro vêm e vão, transformando-se uma nas outras, mas não se mantêm como substância ou identidade formal do ouro. O mesmo ocorre com o receptáculo. Todas as coisas que nele são

4 A tentativa de aproximar conceitos platônicos a conceitos modernos da ciência foi feita também por Paul Friedländer. Em Friedländer, os vários tamanhos dos elementos fundamentais da matéria foram vistos como pré-figurações do conceito moderno, corrente na química, de isótopos, isto é, átomos com mesmo número de prótons, mas com diferentes números de massa (ver Vlastos, [1975], p.103).

colocadas dão-lhe um aspecto e colocam-no em movimento, diversificando-o. Entretanto, nenhuma destas coisas se identifica com o receptáculo; este é o *mesmo* que se mantêm como a matriz das transformações, *o lugar dinâmico* em que as figuras geométricas — em especial as triangulares, correspondentes aos elementos materiais — são impressas pelo demiurgo.[5] Sobre o aspecto constante e invariável deste receptáculo em relação às transformações dos elementos materiais, Cornford nos diz:

> O Receptáculo é o único fator no [mundo corpóreo] que pode ser chamado "isto", uma vez que tem ser permanente e sua natureza não muda. O que este Receptáculo é, ainda não sabemos. Mais tarde, quando o Demiurgo intervier para introduzir um elemento de ordem racional, ele formará os corpos primários moldando para estes formas geométricas (53B). Mas aqui estamos considerando o [mundo corpóreo] antes que o Céu tenha sido feito [...] Não há nada além de um fluxo de qualidades inconstantes que aparecem e desaparecem em um Receptáculo permanente (Cornford, p.181).

O receptáculo de Platão apresenta-se com quatro propriedades fundamentais. Primeiramente, ele é o *lugar* em que as coisas nascem, morrem e são colocadas. A segunda propriedade é ser *dinâmico*. Isto implica que o receptáculo não é uma estrutura rígida, estática, mas tem um *princípio de movimento*, algo que permite que ele possa se diversificar a partir das coisas que nele são postas. O terceiro ponto a ser ressaltado, quase que um corolário da propriedade anterior, é o fato de ser *geometricamente indeterminado*, isto é, a figura ou o aspecto que ele apresenta são as figuras ou os aspectos que nele são moldados — quanto à sua estrutura geométrica de *aparição*, o receptáculo é completamente *passivo*, vindo a tomar a forma ou a figura daquilo que nele é impresso. Por último, tem-se que o receptáculo é o elemento invariante das transformações que nele ocorrem; quaisquer que sejam as mudanças ocorri-

5 Uma vez em contato com a χώρα, o Demiurgo lança-se à feitura do mundo. Para tanto, é necessário que o artesão de Platão molde no receptáculo os quatro elementos constitutivos da realidade material, a saber, o fogo, o ar, a água e a terra. Na qualidade do átomo correspondente a cada um destes elementos, Platão relacionou um poliedro regular, tal que ao fogo associou o tetraedro, ao ar o octaedro, à água o icosaedro e, finalmente à terra, o cubo. As faces destes poliedros são compostas de triângulos —os verdadeiros princípios fundamentais da estrutura da matéria em Platão -, de tal forma que as faces correspondentes aos poliedros do fogo, do ar e da água são triângulos equiláteros compostos de dois triângulos escalenos de lados iguais a 1, 2 e Ö3; ao cubo, por sua vez, corresponde como lado um quadrado composto por dois triângulos isósceles de lados iguais a 1,1 e Ö2. No texto de Platão, a alusão às figuras triangulares certamente é uma referência aos elementos materiais e às suas inter transformações possíveis. (ver *Timeu*, 53c-57d).

das no receptáculo, o único elemento que sempre se preserva é o próprio receptáculo. De fato, deve-se pressupor que há uma identidade formal que se preserva quaisquer que sejam as mudanças que nele possam acontecer. Se em um dado momento ele se mostra com um aspecto geométrico *A*, passando no instante seguinte ao aspecto geométrico *B*, devemos considerar que nesta transformação de *A* a *B algo essencial* do receptáculo se manteve. Isto que se mantém é a identidade formal ou a *natureza em si* do receptáculo. Somando-se a estas quatro propriedades, está o fato de ele ser *eterno como as Idéias*.

Em sua conclusão, como já foi visto aqui, o primeiro momento em que se denomina claramente o receptáculo de "Espaço" [χώρα], Platão enfatiza claramente a distinção entre os três gêneros de ser: as *Idéias*, o *mundo sensível* e o *espaço*:

> [...] Devemos concordar que há, primeiramente, a Forma imutável, não gerada e indestrutível, que nem recebe nada de fora, nem se transforma em coisa alguma, invisível e imperceptível; isto que, de fato, é objeto do pensamento. Há uma segunda realidade: ela é parecida com a primeira, mas é acessível aos sentidos, nasce e está sempre em movimento, situa-se em um lugar determinado, desaparecendo em seguida; é acessível à opinião, com o auxílio dos sentidos. Enfim, há um terceiro tipo de ser, o espaço; este não pode morrer e fornece um entorno a tudo que nasce. Em si, ele mesmo não é perceptível de forma alguma pelos sentidos, mas somente por meio de um raciocínio bastardo; dificilmente pode-se tomar o espaço como um objeto de crença (*Timeu*, 52 a – 52b).

Platão, na passagem acima, destaca que o espaço só é apreensível por meio de um *raciocínio bastardo*; a própria intuição sensível em nada contribui para a apreensão do conceito de espaço. Tal raciocínio bastardo, como meio intelectual de acesso ao espaço, se justifica na medida em que somente as idéias são objeto do raciocínio autêntico, legítimo. O espaço, por conta de ser um *fator que estrutura e é inerente ao mundo sensível*, não tem suas propriedades reveladas pelo pensamento puro —este que se direciona às Idéias—, mas por um tipo de pensamento que Cornford denomina de "abstração": elimina-se do mundo sensível todo o seu conteúdo empírico, restando desta abstração somente a estrutura comum a toda experiência. Segundo Cornford:

> [...] O Espaço não é apreendido pelos sentidos, mas por um tipo de "raciocínio bastardo" [...] O Espaço não é sensível; não podemos tocá-lo nem vê-lo. É, então, inteligível? Não é um legítimo objeto inteligível, posto que não está no mundo das Formas [Idéias]; estas, como Platão diz, não estão no Espaço, nem são extensas,

> embora possamos imaginar o 'Triângulo', como uma figura extensa. O Espaço, antes de tudo, é um componente do mundo sensível; e, mesmo assim, é eterno e imperecível, e somente pode ser apreendido pelo pensamento: assim, "ele participa da inteligência de uma maneira muito embaraçosa" (51B). Platão talvez tenha em mente o processo que chamamos de "abstração"em que desprezam-se todas os conteúdos perceptíveis positivos do Devir, até que nada sobre, exceto o 'cômodo' ou o lugar em que ele acontece [...] (Cornford, pp. 193-194).

Por intermédio deste raciocínio bastardo —interpretado por Cornford como uma abstração—, chega-se à conclusão de que a cwvra é espaço: dá lugar e coordena os objetos que nela estão; é dinâmica, isto é, tem movimento, posto que se diversifica a partir das coisas que nela entram; é indeterminada quanto à sua forma geométrica; e, além disto, é permanente: em relação a todas as transformações que nela ocorrem, somente a sua *essência* permanece constante ou invariável.

Para podermos interpretar a χώρα como uma pré-figuração de algum conceito hodierno de espaço — como pretendido no início deste artigo —, é pertinente uma comparação entre a cwvra e a noção de espaço euclidiano em coordenadas cartesianas; desta comparação, pretende-se que a χώρα surja como a antecipação platônica do conceito de *espaço de Riemann*, noção esta que tem papel fundamental na teoria da relatividade geral, de Einstein.

Bem intuitivamente, o espaço euclidiano[6] é aquele no qual, dados dois pontos infinitamente próximos, o menor *caminho* entre eles é um segmento de reta. Tal caminho pode ser concebido com uma *linha* que une dois pontos infinitamente próximos; se o espaço é euclidiano, então tal linha é um segmento de reta[7] . Esta propriedade, denominada de *métrica euclidiana*, é o que define essencialmente o espaço euclidiano.

---

6 Obviamente, o termo "espaço euclidiano" é uma referência direta ao geômetra de origem grega Euclides de Alexandria, que viveu entre os séculos IV e III A.C. O grande mérito de Euclides foi ter escrito *Os Elementos*, um compêndio que sintetiza todo saber matemático de sua época — basicamente, um livro que engloba a aritmética (ou teoria dos números, como hodiernamente é conhecida a aritmética exposta em *Os Elementos*), a geometria (ou problemas envolvendo pontos, retas e círculos) e a álgebra, esta última equivalendo-se a uma apresentação algébrica de problemas geométricos.
Concernente à geometria, *Os Elementos* apresentam os famosos cinco postulados de Euclides, os quais, por muito tempo, foram considerados proposições inquestionáveis acerca do conceito de espaço. O primeiro destes postulados — que, na sua forma original, mais se assemelha a uma regra de construção com régua — afirma, *grosso modo*, que entre dois pontos quaisquer, há somente um segmento de reta que os une; uma forma alternativa e equivalente deste postulado é afirmar que o menor caminho entre dois pontos é um segmento de reta (ver Boyer, [2001], pp. 68-73 e Eves, [1997], pp. 166-178).

7 Como será visto depois, tal linha que liga dois pontos infinitamente próximos não é necessariamente uma *linha reta*, mas poderia perfeitamente ser uma *linha curva*, essencialmente indecomponível em *linhas retas*. Neste último caso, o espaço deixa de ser euclidiano.

Para que a noção de *métrica do espaço* euclidiano seja definida de forma mais rigorosa, é propícia a apresentação do espaço euclidiano como um *sistema de coordenadas cartesianas*[8] . Para tanto, concebamos uma porção do espaço euclidiano — presumivelmente infinita — que é *trespassada* por três eixos que, tomados dois a dois, são perpendiculares entre si. Chamemos tais eixos de *X, Y* e *Z*. Cada um destes eixos é escalonado com os números reais, isto é, para cada ponto *x, y* ou *z* que pertença, respectivamente, aos eixos *X*, *Y* ou *Z*, correspondem um, e somente um número real. Da mesma forma, para cada número real determinado, corresponde um, e somente um ponto dos eixos *X*, *Y* ou *Z*. Por intermédio destes eixos, qualquer ponto do espaço euclidiano é representado por um conjunto de três números *(x,y,z)*, o qual coordena o ponto em questão aos três eixos *X, Y* e *Z*, perpendiculares entre si: *x* é o número que tal ponto tem no eixo *X*, *y* o número no eixo *Y* e *z*, obviamente, o número do ponto no eixo *Z*. Assim sendo, consideremos dois pontos *P* e *P'* do espaço euclidiano. A estes dois pontos, associamos os conjuntos de números reais — as triplas ordenadas — *(x,y,z)* e *(x',y',z')*, de tal forma que o primeiro conjunto é associado a *P* e o segundo a *P'*. Façamos estes dois pontos se situarem infinitamente próximos um do outro, de tal forma que *x* venha quase a coincidir com *x'*, *y* com *y'*e z com *z'*. Sob a condição de *P* estar infinitamente próximo de *P'*, chamemos de *dx*, *dy* e *dz*, respectivamente, as distâncias infinitamente pequenas entre *x* e *x'*, *y* e *y'*e *z* e *z'*. A partir destas distâncias infinitamente pequenas, podemos representar a *linha reta ds* que liga, da menor forma, os pontos infinitamente próximos *P* e *P'*:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

Temos então a representação da métrica euclidiana a partir dos eixos coordenados, perpendiculares entre si, *X*, *Y* e *Z*[9] . Em síntese, o espaço euclidiano

---

8 A expressão "sistema de coordenadas cartesianas", como facilmente se depreende, relaciona-se ao filósofo e matemático francês René Descartes, do século XVII. O terceiro apêndice do livro de Descartes *Discours de la Méthode pour bien conduire sa Raison et chercher la Vérité dans les Sciences* contém uma apresentação de problemas geométricos por meio de uma parametrização de grandezas geométricas com números reais, representados genericamente por Descartes por meio de letras, tais como *x* ou *y*. Com isto, Descartes iniciou a geometria analítica, na qual a representação de retas e curvas se dá através de noções algébricas, como equações ou polinômios. Entretanto, tal como conhecemos atualmente, a representação dos pontos do espaço mediante variáveis algébricas denominadas de *abcissa* e *ordenada* —as *coordenadas* de um ponto— só ocorreu em 1692, com Leibniz (ver Eves, *op. cit*, pp. 383-389).

9 Podemos visualizar a métrica euclidiana, em um espaço coordenado cartesianamente, como a diagonal de um cubo infinitamente pequeno, cujo comprimento, largura e altura são iguais, respectivamente, a *dx*, *dy* e *dz*.

é aquele cuja métrica *ds*, em um sistema cartesiano de coordenadas, é dada pela equação acima.

Tal como a χώρα, o espaço euclidiano, cartesianamente coordenado, tem as propriedades de orientar e situar os objetos que nele entrem, assim como a de ter uma natureza imutável; aconteça o que for no espaço euclidiano, a sua métrica permanece sempre dada por $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$. Entretanto, a indeterminação geométrica presente na cwra não se vê no espaço euclidiano. Qualquer que seja a porção do espaço euclidiano, de volume infinitamente pequeno, esta se mostrará sempre como um *cubo*. Quanto ao aspecto geométrico, o espaço euclidiano não participa da natureza *fluida* e indeterminada da cwvra; a métrica euclidiana, por si só, garante a *cubicidade* de qualquer porção infinitamente pequena do espaço euclidiano. Além disto, a natureza dinâmica da χώρα não é compartilhada pelo espaço euclidiano. Uma vez que sua estrutura geométrica é fixa, o espaço euclidiano pode ser concebido como a superposição de cubos infinitamente pequenos e contíguos entre si; neste sentido, o espaço euclidiano é *estático*, posto que nele sempre se observa a *rigidez* da configuração cúbica, proveniente de sua métrica. De fato, o dinamismo intrínseco da χώρα, como se viu, advém de sua indeterminação geométrica, posto que as configurações possíveis da cwvra são funções das coisas que nela são postas.

Para que a χώρα, com suas quatro propriedades propriamente *espaciais*[10] , seja adequadamente traduzida para um conceito moderno de espaço, cabe agora uma extensão do conceito de espaço euclidiano. A este fim, convém a introdução do conceito de *sistemas de coordenadas gaussianas*.[11] Basicamente, um sistema gaussiano de coordenadas — para três dimensões — consiste de três eixos *curvos quaisquer X, Y e Z*, de tal forma que estes eixos se interceptam somente em um único ponto. Assim como no sistema cartesiano, a estes eixos são associados números reais, de tal forma que, a cada ponto destes eixos, um, e somente um número seja associado; da mesma forma, para cada número real, um, e somente um ponto de cada eixo é relacionado. Como no sistema cartesiano, cada ponto situado nas coordenadas gaussianas é representado

10 Não se considera aqui o fato da cχώρα ser eterna, porquanto isto não é uma propriedade tipicamente *espacial*, mas sim uma propriedade *ontológica*. Como será visto depois, a eternidade da χώρα implica a eternidade de um tipo de matéria não-ordenada, anterior aos já aludidos triângulos fundamentais dos quais a matéria *ordenada*, sob a forma de poliedros regulares, surge.

11 Em 1827, com um trabalho intitulado *Disquisitiones generales circa superfícies curvas*, o matemático alemão Carl F. Gauss estendeu o conceito de sistema cartesiano de coordenados para um mais amplo e geral, no qual as coordenadas fossem associadas a linhas curvas quaisquer, e não somente a eixos perpendiculares entre si (ver LANCZOS, [1965], pp.64-69).

univocamente por triplas *(x,y,z)* de números reais. Dados dois pontos *P* e *P'*, infinitamente próximos entre si, o elemento de linha *ds* que os une, representado a partir das coordenadas gaussianas que situam tais pontos no espaço, é dado por

$$ds^2 = g_{xx}dx^2 + g_{xy}dxdy + g_{xz}dxdz$$
$$+ g_{yx}dydx + g_{yy}dy^2 + g_{yz}dydz$$
$$+ g_{zx}dzdx + g_{zy}dzdy + g_{zz}dz^2.$$

A equação acima define, em um sistema gaussiano de coordenadas, uma *métrica riemanniana* ou o *espaço de Riemann.*[12] Nesta equação, os termos *g*'s — cada um deles representando um fator associado às combinações possíveis entre os eixos *X, Y* e *Z*, tomados dois a dois —, são funções dos pontos do espaço de Riemann; para cada ponto *P* do espaço de Riemann, definido pelos números *(x,y,z)*, cada termo *g* toma um valor que é função de *(x,y.z)*. Veremos agora que o conceito de espaço de Riemann é uma boa tradução, para uma noção moderna de espaço, da χώρα platônica, uma vez que as quatro propriedades *espaciais* da χώρα encontram uma propriedade equivalente na concepção riemanniana de espaço. A χώρα, antes de tudo, fornece *lugar* aos corpos materiais. Neste sentido, diz-se que a χώρα é o *receptáculo do mundo sensível*. Por sua vez, as coordenadas gaussianas, implícitas na representação dos pontos no espaço de Riemann confirmam tal caráter, presente na cwvra, ao espaço de Riemann. Além de ser *receptáculo*, a cwvra *permanece a mesma*, em todos os seus pontos. Pressupostamente, há uma identidade formal que sempre se preserva, dado que é um *invariante* em relação a qualquer transformação pela qual a χώρα passe. Tal invariante ou essência da χώρα — a sua permanência — pode ser relacionado ao elemento de linha *ds* que une dois pontos infinitamente próximos do espaço de Riemann: quaisquer que sejam tais pontos, a distância será sempre dada pela *métrica riemanniana*, definida pela equação vista acima.

Assim como a métrica euclidiana garante o caráter cúbico de qualquer porção infinitamente pequena do espaço euclidiano, no espaço de Riemann a métrica garante o caráter *amorfo* de suas porções infinitamente pequenas,

12 O matemático alemão Georg Bernhard Riemann, em 1854, apresentou uma conferência na universidade de Göttingen, Alemanha, na qual discutiu os fundamentos da geometria. Nesta palestra — intitulada *Über die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen* —, Riemann apresentou a sua métrica para pontos infinitamente próximos em um sistema gaussiano de coordenadas. Tal métrica é uma generalização da noção de métrica euclidiana (ver Boyer, [2001], pp. 377-378).

posto que a métrica de Riemann é uma métrica indeterminada, dado que ela só se determina a partir da caracterização precisa das funções *g*'s, definidas para cada ponto do espaço. Sem que as funções *g*'s se tornem precisas para cada ponto do espaço de Riemann, tal espaço configura-se como algo geometricamente indeterminado, com um aspecto equívoco. A equação que define a métrica de Riemann não é, de forma alguma, a expressão matemática de uma estrutura geométrica definida, mas é, ao contrário, a expressão matemática da *possibilidade que o espaço de Riemann tem de vir a ser qualquer espaço geometricamente determinado*. Por exemplo, se na equação da métrica riemanniana definimos, para pontos infinitamente próximos, os *g*'s da seguinte maneira:

$$g_{xx} = g_{yy} = g_{zz} = 1;$$
$$g_{xy} = g_{yx} = g_{zx} = g_{xz} = g_{yz} = g_{zy} = 0,$$

então, para tais pontos, o espaço que os circunda é euclidiano, porquanto a métrica de Riemann torna-se a métrica euclidiana para os valores acima discriminados para os *g*'s.

Em cada ponto do espaço de Riemann, a métrica do espaço infinitamente pequeno que circunda tal ponto é *determinada* pelos valores que as funções *g*'s tomam neste ponto. Desta maneira, o aspecto geométrico sob o qual o espaço de Riemann se apresenta, em cada um de seus pontos, *varia conforme os valores de g's nestes pontos.* Por conseguinte, a mesma indeterminação geométrica que Platão apontou na χώρα verifica-se no espaço riemanniano; como aquela, este não tem estrutura geométrica fixa, precisa, posto que as configurações geométricas possíveis do espaço de Riemann se dão em função da determinação dos *g*'s.

Mas que são estes *g*'s do espaço de Riemann? Com auxílio da teoria da relatividade geral de Einstein, de 1916[13], esclarece-se o papel que tais *g*'s têm

13 Em 1905, Albert Einstein publicou um artigo denominado "Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento", no qual, pela primeira vez, são apresentados dois postulados fundamentais sobre o comportamento da velocidade da luz e sobre a equivalência física dos sistemas de referência inerciais, isto é, aqueles que não estão acelerados, nem sob a influência de um campo gravitacional forte. Basicamente, tais postulados são os seguintes: (1) *As leis da física são as mesmas em relação a quaisquer sistemas de referência inerciais;* (2) *Para qualquer sistema de referência inercial, a velocidade da luz tem sempre uma valor* **c**, *constante em todos os sistemas inerciais* (ver Einstein, [2005b], p. 920). Tais postulados constituem o cerne da teoria da relatividade restrita ou especial, a qual é uma teoria sobre a invariância das leis da física em relação aos ditos referenciais inerciais. Posteriormente, Einstein estendeu esta invariância a todos os sistemas de referências, não somente se restringindo aos sistemas de referência que estão entre si em repouso, ou em movimento de translação. Tal extensão da relatividade restrita, denominada de teoria da relatividade geral, apareceu primeiramente no artigo "Os Fundamentos da Teoria Geral da Relatividade", de 1916 (ver Einstein, [2005], pp.959-961).

na métrica do espaço de Riemann. Segundo a teoria da relatividade geral, as funções *g*'s do espaço de Riemann descrevem, em cada ponto deste espaço, o *campo gravitacional* que aí atua[14]. Intuitivamente, o campo gravitacional pode ser compreendido como um *meio pelo qual se exerce a atração entre os corpos no espaço*. Se em uma região do espaço, um corpo *C* atrai um outro corpo *D*, isto não ocorre por ação direta à distância, mas porque, intermediando os corpos *C* e *D*, existe um *campo gravitacional* que possibilita que tal ação atrativa entre *C* e *D* se exerça. Conforme nos diz o próprio Einstein:

> Quando se pergunta: "Por que, quando levantamos uma pedra e depois a largamos, ela cai por terra?", geralmente se responde: "Porque a Terra a atrai". A física moderna responde de maneira um pouco diferente [...]. A ação da Terra sobre a pedra ocorre de maneira indireta. A Terra cria em sua vizinhança um campo gravitacional. Este atua sobre a pedra e ocasiona o movimento de queda (Einstein, [2000], p.56).

Na métrica riemanniana, as funções *g's* representam o campo gravitacional que atua em cada ponto do espaço de Riemann. As configurações geométricas que o espaço riemanniano venha a tomar em cada um dos seus pontos, por conseguinte, são funções diretas da ação pontual destes *g*'s que, dentro da concepção einsteiniana, nos informa sobre a distribuição, no espaço, do campo gravitacional:

> Suponha-se que tenhamos descrito, por exemplo, um campo gravitacional puro por meio dos [g's] (como funções das coordenadas) [...]. Se imaginarmos retirado o campo gravitacional, isto é, as funções [g's], então não permanece, digamos, um

---

14 Na teoria da relatividade geral, aos invés do espaço de Riemann ter três eixos curvos, ele tem quatro eixos curvos, a saber, os eixos *X,Y,Z* e *T*, sendo que o eixo *T* representa a quarta coordenada espacial, interpretada como o *tempo.* Neste caso, a equação *ds*, significativa da métrica do espaço-tempo, tem de ser adaptada. Como agora há quatro eixos independentes, existem dezesseis maneiras de combiná-los, dois a dois, o que implica que há dezesseis funções *g's*. Destas, apenas dez são independentes entre si, posto que há seis funções *g's* que tomam os mesmos valores para quaisquer pontos do espaço de Riemann quadridimensional. Tais funções idênticas entre si são as ditas *simétricas*, tais como g_{xy} e g_{yx}, ou g_{zx} ou g_{xz} (ver Lanczos, *op. cit*, p.94).
Segundo Cornford, na teoria platônica o espaço é radicalmente distinto do tempo, dado que este último é a imagem em movimento da eternidade, enquanto o primeiro é eterno em si e não se associa, na qualidade de cópia ou imagem, a nenhuma forma ideal (ver Cornford, *op. cit*, p. 193). Desta maneira, a identidade einsteiniana entre espaço e tempo, uma vez que este é uma coordenada espacial, não encontraria paralelo em Platão. Entretanto, a intenção deste artigo não é a de aproximar a concepções de tempo em Einstein e em Platão, mas sim de considerar que a noção de espaço em Platão pode ser vista como uma antecipação histórica da noção de espaço em Einstein. Enfatiza-se as semelhanças entre Platão e Einstein, desconsiderando-se as diferenças, dado que estas não interferem essencialmente na aproximação que aqui é feita.

> espaço do tipo [euclidiano], nem também um "espaço topológico", mas absolutamente *nada*. Pois a funções [g's] descrevem não apenas o campo; descrevem também as propriedades estruturais —métricas e topológicas— do [espaço]. Um espaço do tipo [euclidiano], no sentido da relatividade geral, não é um espaço sem campo, mas um caso especial do campo [gravitacional], para o qual os [g's] [...] possuem valores que não dependem das coordenadas [isto é, valores constantes —ver as equações de g's para o caso euclidiano, anteriormente apresentadas]; um espaço vazio, isto é, um espaço sem campo, não existe (Einstein, *ibid*, pp.128-129).

O recado de Einstein é claro: não existe espaço sem campo gravitacional. Mas como não há campo gravitacional sem matéria, então não há *espaço sem matéria*. De fato, como salientou Einstein, o espaço tem as suas propriedades estruturais associadas ao campo gravitacional dado pelas funções *g*'s. Consideremos um elemento material *p*, presente no espaço de Riemann. A tal elemento material, associemos uma vizinhança ou entorno *G* — este entorno nada mais é que uma região do espaço que contém *p*. Esta região *G* está *preenchida* com o campo gravitacional associado a *p*; qualquer outro elemento material *p*'que se situe em *G sentirá a presença de p*, posto que será atraído por *p*, por intermédio do campo gravitacional que este último *espalhou* em *G*. Mas o que acontece se eliminarmos este campo gravitacional, isto é, o que aconteceria com *G* sem a presença do elemento material *p*? Simplesmente, *G* desapareceria: a presença do entorno ou vizinhança *G*, qualquer que seja a sua métrica, está *necessariamente condicionada a presença do campo gravitacional gerado por p*. Sem a presença do elemento material *p*, não há espaço nenhum circundante ao lugar do espaço de Riemann ocupado por *p*. Por conseguinte, sob a perspectiva de relatividade geral, nem o lugar preenchido por *p* sobreviveria, sem a presença de campos, posto que este lugar só é determinado em relação a um pressuposto espaço circundante. Daí vem que o espaço da relatividade geral é composto por pontos que se comportam como transmissores da ação gravitacional, por conta de um campo gravitacional que os circunda.

Assim como, à luz da relatividade geral, não se fala de espaço sem matéria, também a χώρα parece estar intimamente ligada a um *tipo especial de matéria*. Já Aristóteles, em sua interpretação do *Timeu*, menciona a relação essencial entre o espaço de Platão e a matéria:

> Platão disse [...], no *Timeu*, que a matéria e o espaço são a mesma coisa. De fato, isto que recebe [a matéria] e o espaço são idênticos (Aristóteles, *Física IV*, 2,209b, 12, in: Platão, [1970], pp. 67-68).

Antes que a *matéria ordenada* viesse a existir pela ação do demiurgo, havia a cwvra em seu estado original. Neste estado original, a χώρα se assemelha a um espaço *cheio de nutrientes*, por meio dos quais as formas que aí são impressas adquirem forças para se equilibrarem mutuamente. No início da impressão demiúrgica dos elementos fundamentais da matéria — os poliedros regulares, cujas faces são decomponíveis em triângulos fundamentais, estes sim os verdadeiros alicerces do mundo material —, havia forças que não se equilibravam em nenhuma região do receptáculo (*Timeu,* 52e). Além disso, este se movimentava, fazendo com que os primeiros corpúsculos de ar, fogo, terra e água se apresentassem sem as proporções que o Demiurgo, após a sua intervenção na χώρα, definiu para as superfícies triangulares que compõem as faces dos poliedros correspondentes a tais corpúsculos — ver nota 4.

O que fica claro no relato da formação do mundo sensível a partir da intervenção do demiurgo, é que a χώρα, *desde sempre*, é um receptáculo *não-vazio*; há algo que o preenche, algo este que se remete a *forças e equilíbrio*, tal qual uma antecipação do próprio conceito de campo gravitacional. Neste sentido, podemos postular que a χώρα está cheia de um tipo de matéria responsável por estas forças que, conjuntamente com um movimento local da χώρα, antes da ação ordenadora do Demiurgo, faziam com que os poliedros fundamentais da matéria se mostrassem sem as suas proporções ideais; no início, havia a matéria em estado *caótico*. Mas cabe aqui ressaltar que a χώρα não se identificaria com um espaço vazio no qual partículas rígidas se movem aleatoriamente; *toda a χώρα é preenchida por um tipo sutil de matéria, não havendo lacunas ou espaços vazios entre seus pontos.* Sobre isto, Cornford nos diz:

> Não há nenhuma garantia para dizer que Platão [endossaria] a visão atomística de partículas se movendo aleatoriamente pelo vazio. Átomos eram partículas completamente determinadas de natureza sólida, separadas por intervalos vazios, os quais permitem que [tais partículas] se movam sobre eles. O Espaço de Platão não é um vazio que permanece [*completamente distinto das partículas que nele se movam*]; ele é o Recipiente que fornece uma base para que, nele, as imagens possam ser refletidas, tal qual um espelho —uma comparação que não pode ser aplicada a átomos e ao vazio. O Espaço é para ele [Platão] o 'lugar' (χώρα) [...] onde as coisas estão, não intervalos ou lacunas onde eles não estão (Cornford, *op.cit*, p.200).

Da mesma forma que a teoria da relatividade geral proíbe a suposição de um espaço vazio, também a χώρα platônica está intimamente ligada à concepção de um espaço *cheio*, sendo impossível concebê-la como um todo vazio. Conforme nos aponta Cornford na citação acima, em Platão a noção de espaço associa-se com as partículas que nele se movem; estas, *em certa medida*, coincidem com este espaço. Mas o grau em que se dá esta coincidência não é dito por Platão; podemos então, a partir destas considerações, postular com muita pertinência em que medida tais partículas enchem, *de uma forma muito especial*, a χώρα platônica. Eis aqui o salto especulativo: *o que tais partículas têm que preenchem o espaço são os seus campos gravitacionais*. Tomando-se tal hipótese especulativa como pertinente, um interessante diálogo entre Platão e Einstein se delineia: a χώρα platônica seria o esboço conceitual da moderna noção de espaço de Riemann, este último entendido sob a perspectiva da teoria da relatividade geral.

Referências Bibliográficas:

Boyer, C. *História da Matemática.* Tradução de Elza F. Gomide. Editora Edgard Blücher Ltda. São Paulo, [2001].

Cornford, F. M. *Plato's Cosmology. The* Timaeus *of Plato*. The Bobbs-Merrill Company. Indianapolis, USA.

Einstein, A. *A Teoria da Relatividade Geral.* Tradução do original alemão *Über die spezielle und die allgemeine Relativitäststheorie* por Carlos Almeida Pereira. Editora Contraponto. Rio de Janeiro, [2000].

________ "Os Fundamentos da Teoria da Relatividade Geral". Tradução de Marcos

Moriconi. In: Hawking, S. ed. *Os Gênios da Ciência – Sobre os Ombros de Gigantes.* Editora Campus. Rio de Janeiro, [2005].

________ "Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento". Tradução de Marcos Moroni. In: Hawking, S. ed., *Os Gênios da Ciência – Sobre os Ombros de Gigantes.* Editora Campus, Rio de Janeiro, [2005b].

________ *The Meaning of Relativity.* Princeton University Press. Princeton, New Jersey, [1946].

Eves, H. *Introdução à História da Matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues. Editora da UNICAMP. Campinas, [2001].

Lanczos, C. *Albert Einstein and the Cosmic World Order.* Interscience Publishers. New York- London- Sydney, [1965].

Platão. *Oeuvres Complètes.* Tome X: *Timée – Critias.* Texte établi et traduit par Albert Rivaud. Société d'Edition *Les Belles Lettres*. Paris, [1970].

Vlastos, G. *O Universo de Platão.* Tradução de Maria Luiza M. Salles Coroa. Editora de UnB. Brasília, [1975].