

A Negação Fregeana do Número 2¹

Resumo

No parágrafo 6 de *Grundgesetze*, Frege explica a sintaxe e a semântica do signo de negação no seu segundo sistema lógico. Segundo essa explicação, a expressão ‘ $\neg 2$ ’, que é a famosa e mal-afamada “negação fregeana do número 2”, é uma expressão bem-formada que possui tanto um sentido como um valor de verdade. Do ponto de vista da lógica padrão, este tratamento da negação parece absurdo, porque o signo de negação pode ser aplicado exclusivamente a sentenças, e não a termos singulares como ‘2’. O objetivo deste trabalho é reconstruir o tratamento da negação no sistema lógico fregeano, especialmente no sistema maduro. O resultado será que este tratamento não envolve nenhum elemento absurdo.

Palavras chave: Negação . Frege . Assimilação das sentenças aos nomes próprios – Papel do “Horizontal” no sistema fregeano . Determinação completa da extensão do signo de negação

Abstract

In paragraph 6 of *Grundgesetze*, Frege explains the syntax and semantics of the negation sign of his system. According to this explanation, the expression ‘ $\neg 2$ ’, which is Frege’s notorious “negation of the number 2”, is a well-formed expression possessing both a sense and a truth-value. From the perspective of standard logic, this treatment of negation appears to be absurd, because the negation sign can only be applied to sentences, and not also to singular terms like ‘2’. The purpose of this paper is to reconstruct the treatment of negation in Frege’s logical system, especially in the mature system. The result will be that this treatment does not involve any absurdities.

Key-words: Negation . Frege . Assimilation of sentences to names . Role of the “Horizontal” in Frege’s system . Complete determination of the negation sign’s extension

- 1 Este trabalho foi escrito com apoio do CNPq, pelo qual estou agradecido. Agradeço também aos participantes to Colóquio CONESUL em 2006 e 2007 pela discussão do presente trabalho e a André Porto e a Frank Sautter pela correção de meu português.
- 2 Professor do Departamento de Filosofia da Universidade Federal de Santa Maria. Pesquisador do CNPq. E-mail: greimann@dirk-greimann.de

Introdução

No sistema lógico de *Grundgesetze*, os signos lógicos estão aplicados não somente a sentenças, mas também a termos singulares. A expressão ‘ $\neg 2$ ’, por exemplo, que é a famosa e mal-afamada “negação fregeana do número 2”, é considerada como uma expressão bem-formada possuindo tanto um sentido quanto um valor de verdade. À primeira vista, esse tratamento da negação parece absurdo, porque normalmente o signo de negação pode ser aplicado exclusivamente a sentenças e predicados, mas não também a termos singulares. Obviamente, expressões como ‘Não é o caso que o número 2’ não expressam um sentido, nem têm um valor de verdade. Por causa disto, muitos comentaristas têm lamentado que a lógica fregeana seja sintaticamente caracterizada por uma bizarra assimilação das sentenças aos termos singulares.

O objetivo deste trabalho é desenvolver e defender uma interpretação alternativa segundo a qual o sistema fregeano não contém tal assimilação. A primeira e a segunda seção têm caráter preliminar. A primeira é dedicada à reconstrução da sintaxe do primeiro sistema de Frege, que é descrita em *Begriffsschrift* (1879), e a segunda parte à reconstrução da sintaxe do seu segundo sistema, que se encontra em *Grundgesetze* (1893). A terceira parte ocupa-se finalmente com a negação do número 2.

I. A Sintaxe da linguagem formal de *Begriffsschrift*

Uma sentença assertórica da linguagem formal da *Begriffsschrift* sempre tem a forma ‘ $\vdash p$ ’. A barra vertical, que é chamada de “barra de juízo”, é um operador ilocucionário cuja tarefa é indicar que o falante pretende fazer uma asserção. Essa barra corresponde à “forma da sentença assertórica” na linguagem natural. A barra horizontal é chamada de “barra de conteúdo”.

De acordo com a interpretação padrão, a linguagem formal da *Begriffsschrift* contém dois tipos de sentenças correspondentes: sentenças assertóricas, e sentenças da forma ‘ $\dashv p$ ’. Todavia, essa interpretação não se combina com a descrição da sintaxe da linguagem formal no parágrafo 3 da *Begriffsschrift*. Escreve Frege:

Imagine uma linguagem na qual a sentença ‘Archimedes morreu na captura da Siracusa’ é expressa da seguinte maneira: ‘A morte violenta do Archimedes na captura da Siracusa é um fato’. Até aqui, se se quiser, sujeito e predicado podem ser distinguidos, mas o

sujeito contém o conteúdo inteiro, e o predicado serve apenas para apresentá-lo como juízo. Tal linguagem teria somente um predicado para todos os juízos, a saber, 'é um fato'. [...] Nossa Conceitografia é tal linguagem e o símbolo |— é o seu predicado comum para todos os juízos. (Frege, 1879, § 3)

Se a linguagem formal contém um e somente um predicado, as instâncias de 'p' em '|— p' não podem ser sentenças. O exemplo dado por Frege indica, pelo contrário, que as instâncias apropriadas são nominalizações, como 'a morte violenta de Archimedes'.³

Pode-se reproduzir a estrutura sintática da linguagem formal da *Begriffsschrift* numa parte do português que podemos chamar de *português nominalizado*. O único predicado desta linguagem é 'x é um fato', onde 'x' é um parâmetro cujas instâncias são nominalizações como 'a morte violenta do Archimedes'. A sentença 'A neve é branca' do português normal pode ser traduzida para o português nominalizado como 'A brancura da neve é um fato'. A sentença 'Romeu ama Julieta' pode ser traduzida como 'O amor de Romeu por Julieta é um fato', e assim por diante.⁴

Qual é o ponto destas nominalizações? Um motivo principal de Frege parece consistir no seu objetivo de tornar a estrutura lógica dos juízos explícita. Segundo ele, é importante distinguir entre dois atos cognitivos que ele nomeia "pensar" e "julgar". Quando formamos a hipótese que p, sem decidir se ela seja verdadeira ou falsa, estamos realizando o ato do mero pensar que p. Para julgar que p, temos que reconhecer a verdade da hipótese.

Na linguagem natural, expressamos juízos por sentenças assertóricas. O julgar corresponde à asserção, e o pensar, à mera expressão de um pensamento sem a sua asserção. Como na linguagem natural a asserção não é representada por um signo próprio, mas pela "forma da sentença assertórica", a sintaxe dessa linguagem provoca uma confusão entre o julgar e o pensar.

Para representar sintaticamente a diferença entre o pensar e o julgar, Frege precisa construir, na sua linguagem formal, uma categoria de expressões que

3 Bell (1979, pp. 86, 87) e outros intérpretes sustentam que, numa sentença da forma '|— p', a barra de conteúdo tem a função de nominalizar a sentença 'p' e a barra de juízo a função de denominar essas nominalizações. Segunda essa interpretação, a barra de conteúdo corresponde ao operador 'o pensamento que' ou 'o conteúdo que' na linguagem natural. Mas essa interpretação é pouco plausível por duas razões. Primeiro, a função da barra de conteúdo não é nominalizar sentenças, mas marcar o escopo da barra de juízo (cf. Frege 1879, § 2). Segundo, os argumentos da barra de conteúdo não são sentenças, mas nominalizações, como 'a morte violenta do Archimedes'.

4 Uma reconstrução completa da sintaxe do primeiro e também do segundo sistema fregeano é dado em Greimann (2000).

expressam um pensamento sem asserti-lo. A maneira mais fácil e natural para construir tais expressões é nominalizar as sentenças assertóricas da linguagem natural. Assim, a nominalização ‘a brancura da neve’ expressa o mesmo conteúdo da sentença assertórica ‘A neve é branca’. A única diferença é que a nominalização não afirma o seu conteúdo, ou seja, não o apresenta como um fato.⁵ Consequentemente, a estrutura sintática da sentença do português nominalizado ‘A brancura da neve é um fato’ faz transparente que o juízo que a neve é branca consiste no reconhecimento da verdade do pensamento que a neve é branca.

A distinção entre o julgar e o pensar forma a base da crítica que Frege faz no parágrafo 4 da *Begriffsschrift* à tábua kantiana dos juízos, sem mencionar Kant.⁶ De acordo com Kant, julgar é conectar ou “juntar” conceitos. Ao julgar que a neve é branca, por exemplo, estamos conectando os conceitos de neve e de brancura. As operações lógicas como a negação e a disjunção são concebidas por Kant como “atos do entendimento”. Segundo esta abordagem, a diferença entre um juízo negativo e um juízo afirmativo é uma diferença no ato realizado pelo entendimento. No caso de um juízo afirmativo, estamos conectando conceitos de modo afirmativo, e no caso de um juízo negativo, de modo negativo. A negação é, dessa perspectiva, um *modo* de julgar.

Em contraposição a isso, Frege defende uma teoria do juízo segundo a qual todos os juízos têm o mesmo modo: na terminologia kantiana, todos os juízos são juízos afirmativos. A negação não é um modo de julgar, mas uma função que faz parte do conteúdo dos juízos negativos. Esta concepção é uma consequência da abordagem holista de Frege na lógica: para ele, julgar não é conectar conceitos, mas reconhecer a verdade de um pensamento inteiro. O ato cognitivo realizado pelo entendimento no caso do juízo que a neve não seja branca é idêntico com o ato realizado no caso do juízo que a neve seja branca; em ambos os casos, reconhecemos a verdade de um pensamento. Consequentemente, a negação pertence ao conteúdo do juízo, não ao ato de

5 No sistema fregeano encontra-se um motivo adicional para transformar sentenças normais em sentenças nominalizadas: a substituição da distinção entre sujeito e predicado pela distinção entre argumento e função (cf. Frege 1879, § 3). A primeira distinção é logicamente enganadora, segundo Frege. Como, por exemplo, as sentenças ‘Romeu ama Julieta’ e ‘Julieta está amada por Romeu’ têm sujeitos diferentes, parece que elas expressam conteúdos diferentes. Da perspectiva lógica, porém, elas expressam o mesmo conteúdo, porque as suas consequências lógicas são iguais. Para fazer justiça a isso, Frege quer construir a sua linguagem formal de modo que a distinção entre sujeito e predicado não seja aplicável às sentenças. A medida usada por ele para conseguir isso é de novo a nominalização de sentenças. A sentença ‘O amor de Romeu por Julieta é um fato’, por exemplo, não possui um sujeito determinado; poderíamos encarar como sujeito tanto Romeu, como Julieta, como também a circunstância do amor de Romeu por Julieta.

6 Para um reconstrução, veja (Wolff, 1995, pp. 245-273).

julgar, Frege argumenta. O seu argumento é que podemos pensar que não p , sem fazer qualquer juízo; isto acontece, por exemplo, se formamos a mera hipótese de que não p (cf. Frege, 1879, § 4).

No português nominalizado, o signo de negação não pode ser tratado sintaticamente da forma ordinária, como um conectivo sentencial, porque ele não é aplicado a sentenças, mas a nominalizações de sentenças. Para levar isso em conta, temos de traduzir a sentença do português normal ‘A neve não é branca’ como ‘A não-realização da brancura da neve é um fato’. Essa leitura concorda com a explicação do traço de negação no § 7 da *Begriffsschrift*, segundo a qual expressamos por ‘ $\neg p$ ’ que a circunstância que p não foi realizada (*nicht stattfindet*). Isso implica que a negação não é um modo de julgar, mas uma função, no sentido matemático, que faz parte do conteúdo de juízos.⁷ Trata-se da função *a não-realização de x* , que tem para a circunstância que p , como argumento, a circunstância que não p , como valor.

Na linguagem ideal, Frege pretende tornar a forma lógica dos juízos sintaticamente explícita. Para tanto, ele precisa construir uma notação que torne visível que a negação não é um modo de julgar, mas uma parte do conteúdo de juízos. A base da sua solução desta tarefa é, novamente, a nominalização das sentenças. Assim, a paráfrase da sentença ‘A neve não é branca’ como ‘A não-realização da brancura da neve é um fato’ torna sintaticamente visível que o juízo expresso é um juízo afirmativo. Na linguagem formal, o ato realizado pelo entendimento é representado pela barra de juízo, e o conteúdo, pela barra de conteúdo. De acordo com as regras sintáticas da linguagem formal, temos de colocar o signo de negação em baixo da barra de conteúdo. Esta notação torna óbvio que a negação pertence ao conteúdo, não ao ato de julgar.

II. A Sintaxe da Linguagem de *Grundgesetze*

No primeiro sistema, a barra horizontal é aplicável somente a expressões cujo conteúdo é julgável como verdadeiro ou falso. De acordo com isso, a expressão ‘ $\neg 2$ ’ – a negação do número 2 – não é bem formada, porque o conteúdo do nome ‘2’ não é julgável. De acordo com a sintaxe do segundo sistema, por outro lado, o horizontal pode ser aplicado a qualquer nome.

De acordo com a literatura sobre Frege, a lógica do seu segundo sistema é caracterizada pelo tratamento das sentenças como uma espécie de nomes:

⁷ Em “Die Verneinung” (1918), porém, Frege mostra-se tolerante com respeito do tratamento da negação como uma propriedade do ato de julgar.

uma sentença é um nome cuja referência é um valor de verdade.⁸ Por consequência, os signos lógicos são aplicáveis não somente a sentenças, mas também a todos os outros nomes. Visto que expressões como ‘Não é o caso que o número 2’ são expressões mal-formadas, que nem expressam um sentido nem têm um valor de verdade, essa assimilação das sentenças aos nomes foi frequentemente criticada como uma tragédia no desenvolvimento lógico do Frege.

Todavia, pode-se mostrar que esta imagem baseia-se num mal-entendido da sintaxe do segundo sistema. Na verdade, esse sistema não envolve nenhuma assimilação sintática das sentenças aos nomes.

O contexto mais claro que parece envolver tal assimilação é a assim denominada “extensão” do conceito de função em “Funktion und Begriff” (1891) e no parágrafo 2 de *Grundgesetze*. O ponto de partida da extensão é o conceito matemático de função. A sua extensão divide-se em quatro etapas. Na primeira, a classe das expressões funcionais é estendida por considerar como expressão funcional, não somente expressões como ‘o quadrado de x ’, mas também predicados como ‘ $x = y$ ’. Na segunda etapa, o campo dos argumentos e valores possíveis de funções é estendido por adicionar aos números todos os outros objetos. A terceira etapa consiste em atribuir às novas expressões funcionais as funções que elas supostamente designam. No caso de um predicado, essa função é a função característica da extensão deste predicado. Na quarta etapa, as novas expressões funcionais são finalmente usadas para construir expressões como ‘ $(3=3) = (2=2)$ ’. Segundo Frege, tais expressões têm, tanto um sentido, como um valor de verdade.

Prima facie, parece óbvio que esta extensão do conceito de função envolve uma assimilação das sentenças aos nomes e dos predicados às expressões funcionais, porque os predicados aparecem explicitamente considerados como expressões funcionais e as sentenças são de fato usadas como nomes. Essa conclusão, porém, ignora o contexto e o status da extensão do conceito de função. Tanto em “Funktion und Begriff”, como em *Grundgesetze*, Frege salienta que essa extensão tem um objetivo muito especial: o tratamento dos predicados como expressões funcionais faz parte do seu projeto de construir uma linguagem ideal.⁹ Portanto, a extensão do conceito de função não tem o *status* de uma análise sintática da linguagem natural, mas o *status* de uma es-

8 Veja, por exemplo, (Dummett 1991a, pp. 163, 242); (Dummett 1991b, p. 210); (Burge 1986, pp. 97, 122-131); (Dummett 1981, pp. 408-409); (Baker, Hacker 1984, pp. 340, 250); (Bell 1979, pp. 24-28); (Tugendhat 1976, p. 68); (Sluga 1975, pp. 473, 478); (Dummett 1973, p. 7, 182-184, 196, 643-645); (Kneale, Kneale 1962, pp. 577).

9 Cf. Frege (1891, p. 133) e (Frege 1893, §§ 2, 5).

tipulação segundo a qual os predicados da linguagem natural serão usados na sua linguagem ideal como expressões funcionais. O ponto deste uso especial é novamente a separação dos atos da mera expressão de um pensamento, e da asserção de um pensamento. Frege escreve:

Se escrevemos uma equação ou inequação, p. ex. $5 > 4$, queremos normalmente expressar simultaneamente um juízo; no nosso exemplo, queremos asserir que 5 é maior do que 4. De acordo com a concepção que estou apresentando aqui [a saber, a concepção dos predicados como sinais funcionais, D.G.], tem-se em ' $5 > 4$ ' e ' $1+3 = 5$ ' apenas expressões de valores de verdade, pelas quais não se asserir nada. [...] Precisamos então de um signo especial para podermos asserir algo. Para este fim, me sirvo de uma barra vertical no extremo esquerdo do Horizontal, de tal forma que, p. ex., com ' $\perp 2+3 = 5$ ' asserimos que $2 + 3$ é igual a 5. Assim, não é escrito somente um valor de verdade, como em ' $2+3=5$ ', mas simultaneamente dito que ele é o Verdadeiro. (Frege, 1891, p. 136 f.)

Já acima foi dito que uma mera equação supostamente não contém nenhuma asserção; por ' $2+3 = 5$ ' simplesmente designa-se um valor de verdade, sem dizer qual dos dois ele é. Mesmo se eu escrevesse ' $(2+3=5) = (2=2)$ ' e supusesse que se sabe que $2=2$ é o Verdadeiro, eu não teria asserido com isso que a soma de 2 e 3 é 5, mas teria apenas designado o valor de verdade de que ' $2+3 = 5$ ' se refere à mesma coisa como ' $2=2$ '. Precisamos então de um signo especial para podermos asserir algo. Para este fim coloco o signo \perp em frente do nome do valor de verdade [...]. (Frege 1893, § 5)

Segundo essas explicações, Frege usa na sua linguagem formal um predicado como ' $x = y$ ' como sendo uma expressão funcional que pode ser traduzida para o português nominalizado com 'o valor de verdade da identidade de x e y ' (ou 'o valor de verdade de: $x = y$ '). O ponto desse uso especial é a separação dos atos da asserção, e da mera expressão de um pensamento.

Para realizar tal separação, Frege precisa construir uma categoria de expressões que expressem um pensamento sem apresentá-lo como um fato. Vimos que, no primeiro sistema, ele usa nominalizações como 'a brancura da neve' para este fim. Da perspectiva do segundo sistema, porém, esse procedimento não funciona porque envolve uma confusão de sentido e referência: a

sentença ‘A neve é branca’ e a nominalização ‘a brancura da neve’ têm sentidos e referências diferentes.

De acordo com a semântica do segundo sistema, duas sentenças expressam o mesmo sentido se e somente se têm as mesmas condições de verdade. É importante notar que as condições sob as quais a sentença ‘A neve é branca’ designa o Verdadeiro são iguais às condições sob as quais a nominalização ‘o valor de verdade da brancura da neve’ designa o Verdadeiro: ambas as expressões designam o Verdadeiro se e somente se a neve for branca. Devido à identificação dos sentidos de sentenças com as suas condições de verdade no sistema das *Grundgesetze* (cf. Frege 1893, § 32), podemos derivar disso que a nominalização ‘o valor de verdade da brancura da neve’ expressa o mesmo sentido que a sentença ‘A neve é branca’. Consequentemente, essa nominalização pode ser usada para expressar um pensamento sem afirmá-lo. Essa parece ser a solução da separação entre o mero expressar de um pensamento, e a sua afirmação no segundo sistema fregeano. Para afirmar algo, precisamos a barra de juízo: em ‘|— p’, a barra de juízo expressa que o valor de verdade designado por ‘— p’ é o Verdadeiro. Na linguagem natural, essa função é desempenhada pela forma da sentença assertórica. Por isso, a barra de juízo não corresponde, propriamente, ao predicado ‘x é o Verdadeiro’, mas à forma da sentença assertórica.

Se essa reconstrução é correta, o segundo sistema fregeano não é caracterizado por uma assimilação das sentenças aos nomes próprios, mas por uma *eliminação dos predicados* que é parecida com a eliminação dos termos singulares na notação canônica do sistema quineano.

III. A Generalização da Negação por Frege no Segundo Sistema

A extensão do conceito de função ainda não explica por que os signos lógicos, como o signo de negação, são aplicados no segundo sistema, não somente aos nomes que expressam um pensamento, mas também a todos os outros nomes. Para qual fim deveríamos conceber a negação do número 2 como uma expressão bem-formada, que expressa um sentido e denota um valor da verdade?

A resposta encontra-se na metodologia geral do Frege para a introdução de signos na linguagem ideal do seu sistema. Frege exige que, antes de se usar um signo na linguagem ideal, deve-se determinar a referência desse signo completamente (cf. Frege 1903, §§ 57, 65). No caso de um predicado como ‘x é branco’, temos de determinar, para cada objeto x, se o predicado aplica-se

a x , ou não. O motivo principal para fazer essa exigência é que, numa linguagem com predicados vagos, as leis lógicas não são válidas.

Os signos lógicos são expressões funcionais cuja referência, na linguagem natural, não está completamente determinada. O signo de negação, por exemplo, designa uma função parcial que é definida somente para os valores de verdade. Para determinar a sua referência completamente, Frege faz uso de uma função que é designada pela barra horizontal. No segundo sistema, essa barra não é mais chamada de “barra de conteúdo”, mas simplesmente “o Horizontal”. A função do Horizontal não é marcar o escopo da barra de juízo, mas designar aquela função que tem como valor o Verdadeiro, se o argumento é o Verdadeiro, e que tem como valor o Falso para todos os outros argumentos. Podemos traduzir o Horizontal para o português nominalizado como ‘o valor de verdade da identidade de x com o Verdadeiro’.

Da perspectiva lógica, a função designada pelo Horizontal tem duas propriedades interessantes. Primeiro, essa função é uma função total, ou seja, ela é definida para qualquer objeto. Segundo, o valor dessa função é sempre um valor de verdade. Podemos aproveitar essas propriedades para determinar completamente a referência do signo de negação da linguagem ideal, que é o traço vertical pequeno “ \neg ”. Não aplicamos este signo a nomes de objetos diretamente, mas somente ao resultado da aplicação do Horizontal a esses nomes. Se ‘ n ’ é um nome, ‘ $\neg n$ ’ sempre designará um valor de verdade. O uso do signo de negação é restrito na linguagem formal à sua aplicação a nomes da forma ‘ $\neg n$ ’, ou seja, uma negação sempre tem a forma ‘ \neg —’. Como consequência, a negação estará definida para qualquer objeto. Esta “negação generalizada”, como poderíamos nomeá-la, é aquela função que tem o Falso como valor para o Verdadeiro como argumento, e tem o Verdadeiro como valor para todos os outros objetos como argumento.

Dada essa reconstrução, a negação fregeana do número 2 é uma sentença bem-formada que possui, tanto um sentido, como um valor de verdade. O seu sentido é o pensamento de que o número 2 não seja idêntico ao Verdadeiro, e o seu valor de verdade é o Verdadeiro, porque esse número é, de fato, diferente do Verdadeiro.

Referências Bibliográficas

- Baker, G.P., Hacker, P. M. S.: 1984, *Frege. Logical Excavations*, Oxford, New York: Oxford University Press.
- Bell, D.: 1979, *Frege's Theory of Judgement*, Oxford: Clarendon Press.
- Burge, T.: 1986: "Frege on Truth", em: L. Haaparanta, J. Hintikka (eds.), *Frege Synthesized*, Dordrecht, Boston, Reidel, 1986.
- Dummett, M.: 1973, *Frege. Philosophy of Language*, London, Harper and Row.
- _____. 1981, *The Interpretation of Frege's Philosophy*, Cambridge/M.: Harvard University Press.
- _____. 1991a, *Frege and other Philosophers*, Oxford: Clarendon Press.
- _____. 1991b, *Frege. Philosophy of Mathematics*, Cambridge/M.:Harvard University Press.
- Frege, G.: 1879, *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Halle/S.: Louis Nebert, em: G. Frege, *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, Hildesheim, Zürich, New York: Olms ²1988.
- _____. 1891, *Funktion und Begriff*, Jena: Hermann Pohle, em: G. Frege, *Kleine Schriften*, ed. por I. Angelelli, Hildesheim, Zürich, New York: Olms ²1990, pp. 125–42.
- _____. 1893, *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*, Band 1, Jena: Hermann Pohle. Reprodução: Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, ²1962.
- _____. 1903, *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*, Band 2. Jena: Hermann Pohle. Reprodução: Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, ²1962.
- _____. 1918, "Die Verneinung. Eine logische Untersuchung", *Beiträge zur Philosophie des Deutschen Idealismus* 1, em: G. Frege, *Kleine Schriften*, ed. por I. Angelelli, Hildesheim, Zürich, New York: Olms ²1990, pp. 362–378.
- Greimann, D.: 2000, "The Judgement-Stroke as a Truth-Operator: A New Interpretation of the Logical Form of Sentences in Frege's Scientific Language", *Erkenntnis* 52, pp. 213-238. **Kneale, W., Kneale, M.: 1962**, *The Development of Logic*, Oxford: Clarendon Press.
- Sluga, H. D.: 1975, "Frege and the Rise of Analytic Philosophy", *Inquiry* 18, pp. 471-98.
- Tugendhat, E.: 1976, "Die Bedeutung des Ausdrucks ‚Bedeutung‘ bei Frege", em: M. Schirn (org.), *Studien zu Frege*, Vol. III, Stuttgart-Bad Cannstatt, 1976, pp. 51-71.
- Wolff, M.: 1995, *Die Vollständigkeit der kantischen Urteilstafel. Mit einem Essay über Freges Begriffsschrift*, Frankfurt am Main: Klostermann.